

Roll No.

D-3127

B. A. (Part I) EXAMINATION, 2020

MATHEMATICS

Paper Third

(Vector Analysis and Geometry)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any *two* parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) निम्नलिखित सदिशों के व्युत्क्रम सदिश ज्ञात कीजिए :

$$2i + 3j - k$$

$$i - j - 2k$$

$$-i + 2j + 2k$$

Find the reciprocal vectors of the following vectors :

$$2i + 3j - k$$

$$i - j - 2k$$

$$-i + 2j + 2k$$

(A-99) P. T. O.

[2]

D-3127

(ब) $\text{Div}(\text{curl } \vec{F})$ ज्ञात कीजिए, जहाँ :

$$\vec{F} = x^2yi + xzj + 2yzk$$

Evaluate $\text{Div}(\text{curl } \vec{F})$, where :

$$\vec{F} = x^2yi + xzj + 2yzk$$

(स) फलन $\phi = x^2 - y^2 + 2z^2$ की दिशीय अवकलज बिन्दुP(1, 2, 3) पर रेखा \vec{PQ} की दिशा में ज्ञात कीजिए, जहाँ Q का निर्देशांक (5, 0, 4) है।Find the directional-derivative of function $\phi = x^2 - y^2 + 2z^2$ at the point P(1, 2, 3) in the line \vec{PQ} , where Q is the point (5, 0, 4).

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) रेखा समाकलन $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ का मूल्यांकन कीजिए, जहाँ $\vec{F} = xyi + yzj + zzk$ तथा C वक्र $\vec{r} = ti + t^2j + t^3k$ है, जहाँ t, -1 से +1 तक परिवर्तित होता है।Evaluate the line-integral $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, where $\vec{F} = xyi + yzj + zzk$ and C is the curve $\vec{r} = ti + t^2j + t^3k$, where t varies from -1 to +1.

(ब) समाकलन :

$$\oint_C [(xy + y^2) dx + x^2 dy]$$

(A-99)

[3]

D-3127

के लिए समतल में ग्रीन प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जहाँ वक्र C, रेखा $y = x$ तथा परवलय $y = x^2$ द्वारा परिभाषित क्षेत्र की परिसीमा है।

Verify Green's theorem in the plane, for the integral :

$$\oint_C [(xy + y^2) dx + x^2 dy];$$

where C is the curve boundary of the region defined by line $y = x$ and parabola $y = x^2$.(स) सतह समाकलन $\int_S \vec{F} \cdot \hat{n} dS$ का मान ज्ञात कीजिए, जबकि सदिश फलन :

$$\vec{F} = (x + y^2)i - 2xj + 2yzk$$

समतल $2x + y + 2z = 6$ का निर्देशांक समतलों से घिरे क्षेत्र का पृष्ठ S है।

Evaluate the surface integral :

$$\int_S \vec{F} \cdot \hat{n} dS$$

where S is the surface bounded by the plane $2x + y + 2z = 6$ for the vector function :

$$\vec{F} = (x + y^2)i - 2xj + 2yzk$$

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) शांकव का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात कीजिए, जब उसकी नाभि ध्रुव है और अक्ष प्रारम्भिक रेखा है।

Find the Polar equation of conic, when its focus is the pole and axis is the initial line.

(A-99) P. T. O.

[4]

D-3127

- (ब) सिद्ध कीजिए कि बिन्दुओं $(0, a)$ तथा $(0, -a)$ से होकर जाने वाले तथा सरल रेखा $y = mx + c$ को स्पर्श करने वाले दो वृत्तों के लम्बकोणीय होने का प्रतिबंध $c^2 = a^2 (2 + m^2)$ है।

Prove that the condition of orthogonality of two circles, touching the line $y = mx + c$ and passing through the points $(0, a)$ and $(0, -a)$ is $c^2 = a^2 (2 + m^2)$.

- (स) यदि PSP' शंकव की नाभिगत जीवा है, तो सिद्ध कीजिए कि P तथा P' पर स्पर्श रेखाएँ नियता पर मिलती हैं।

If PSP' is the focal chord of a conic, then prove that the tangents at P and P' meet at the directrix of conic.

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) उन गोलों का समीकरण ज्ञात कीजिए जो वृत्त :

$$x^2 + y^2 + z^2 = 5$$

$$x + 2y + 3z = 3$$

से गुजरता है और समतल $4x + 3y - 15 = 0$ को स्पर्श करता है।

Find the equation of the sphere which passes through the circle :

$$x^2 + y^2 + z^2 = 5$$

$$x + 2y + 3z = 3$$

and touches the plane $4x + 3y - 15 = 0$.

- (ब) उस लम्बवृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसका शीर्ष मूलबिन्दु है, अक्ष z -अक्ष तथा अर्द्धशीर्ष कोण α है।

(A-99)

[5]

D-3127

Find the equation of the right circular cone, whose vertex is origin, axis is the z -axis and semi-vertical angle is α .

- (स) उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका निर्देशांक वृत्त :

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

$$x - y + z = 3$$

है।

Find the equation of right circular cylinder whose guiding circle is :

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

$$x - y + z = 3$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) शंकवज :

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$$

के बिन्दु (α, β, γ) पर स्पर्श समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the tangent plane of the conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ at the point (α, β, γ) .

- (ब) परवलयज :

$$\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z$$

के बिन्दु $(4, 3, 5)$ पर अभिलम्ब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of normal of the paraboloid

$$\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = z \text{ at the point } (4, 3, 5).$$

(A-99) P. T. O.

[6]

D-3127

(स) समीकरण :

$$2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8zx - 10xy \\ + 6x + 12y - 6z + 5 = 0$$

का समानयन प्रामाणिक रूप में कीजिए।

Reduce the equation :

$$2x^2 - 7y^2 + 2z^2 - 10yz - 8zx - 10xy \\ + 6x + 12y - 6z + 5 = 0$$

into standard form.

D-3127

(A-99)