

Roll No. ....

[ 2 ]

D-3161

**D-3161**

**B. A. (Part I) EXAMINATION, 2020**

MATHEMATICS

Paper Third

(Vector Analysis and Geometry)

Time : Three Hours ]

[ Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

**इकाई—1**

**(UNIT—1)**

1. (अ) सिद्ध कीजिए कि चार बिन्दु  $4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$ ,  $-(\hat{j} + \hat{k})$ ,  $3\hat{i} + 9\hat{j} + 4\hat{k}$  और  $4(-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  कोप्लानर हैं।

Show that the four points  $4\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}$ ,  $-(\hat{j} + \hat{k})$ ,  $3\hat{i} + 9\hat{j} + 4\hat{k}$  and  $4(-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$  are coplanar.

(ब) एक कण P, r त्रिज्या वाले वृत्त पर स्थिर कोणीय वेग  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  से गतिमान है। सिद्ध कीजिए कि उसका त्वरण  $-\omega^2 \vec{r}$  है।

A particle P is moving on a circle of radius r with constant angular velocity  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ , show that

acceleration is  $-\omega^2 \vec{r}$ .

(स) बिन्दु P(1, 2, 3) पर रेखा PQ की दिशा में फलन  $\phi = x^2 - y^2 + 2z^2$  की दिशीय अवकलज ज्ञात कीजिए, जहाँ Q का निर्देशांक (5, 0, 4) है।

Evaluate the directional derivative of the function  $\phi = x^2 - y^2 + 2z^2$  at the point P (1, 2, 3) in the direction of the line PQ, where Q has co-ordinates (5, 0, 4).

**इकाई—2**

**(UNIT—2)**

2. (अ)  $\int_1^2 [A.(B \times C)] dt$  का मूल्यांकन कीजिए, जहाँ :

$$A = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$$

$$B = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$C = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$$

Evaluate  $\int_1^2 [A.(B \times C)] dt$ , where :

$$A = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$$

$$B = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$C = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$$

(ब)  $\iint_S (yz\hat{i} + zx\hat{j} + xy\hat{k}) \cdot dS$  का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ S गोले  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  का पृष्ठ है, जो कि प्रथम अष्टांश में स्थित है।

**(B-13) P. T. O.**

**(B-13)**

[ 3 ]

D-3161

Evaluate  $\iint_S (yz\hat{i} + zx\hat{j} + xy\hat{k}) \cdot d\mathbf{S}$ , where S is the surface of the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  in the first octant.

- (स)  $\vec{F} = (x^2 + y^2)\hat{i} - 2xy\hat{j}$  के लिए स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जबकि समाकल को  $x = \pm a, y = 0, y = b$  से बने आयत के परितः लिया गया है।

Verify Stokes' theorem for  $\vec{F} = (x^2 + y^2)\hat{i} - 2xy\hat{j}$  taken round the rectangle bounded by  $x = \pm a, y = 0, y = b$ .

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) परवलय :

$$9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$$

का अनुरेखण कीजिए तथा इसकी नाभियों के निर्देशांक और नियता का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Trace the parabola :

$$9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$$

and find the co-ordinates of its focus and the equation to its directrix.

- (ब) सिद्ध कीजिए कि दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  के बिन्दु से खींचे गये अतिपरवलय का समीकरण जिसका उत्केन्द्र कोण ' $\alpha$ ' है और जो दीर्घवृत्त से संनाभि :

$$\frac{x^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{y^2}{\sin^2 \alpha} = a^2 - b^2$$

है।

(B-13) P. T. O.

[ 4 ]

D-3161

Prove that the equation to the hyperbola drawn through point on the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  whose eccentric angle is ' $\alpha$ ' and which is confocal with the ellipse is

$$\frac{x^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{y^2}{\sin^2 \alpha} = a^2 - b^2.$$

- (स) दर्शाइये कि रेखा  $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$  के शांकव  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  को स्पर्श करने की शर्त  $(A - e)^2 + B^2 = 1$  है।

Show that the condition that the line  $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$  may touch the conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  is  $(A - e)^2 + B^2 = 1$ .

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) त्रिज्याओं  $r_1$  और  $r_2$  के दो गोले लाम्बिक प्रतिच्छेद करते हैं। सिद्ध कीजिए कि उभयनिष्ठ वृत्त की त्रिज्या  $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$  है।

Two spheres of radii  $r_1$  and  $r_2$  intersect orthogonally. Prove that the radius of the common circle is

$$\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}.$$

(B-13)

[ 5 ]

D-3161

(ब) उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष  $(\alpha, \beta, \gamma)$ और आधार वक्र  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, z = 0$  है।Find the equation of the cone whose vertex is  $(\alpha, \beta, \gamma)$ and base curve  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, z = 0$ .

(स) उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या

2 तथा अक्ष रेखा  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$  रखता है।Find the equation of right circular cylinder whose radius is 2 and axis is the line  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ .

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) सरल रेखा  $7x + 10y = 30, 5y - 3z = 0$  से होकर जाने वाले दीर्घवृत्तज  $7x^2 + 5y^2 + 3z^2 = 60$  के स्पर्श तलों के समीकरण ज्ञात कीजिए।Find the equation of tangent planes to the ellipsoid  $7x^2 + 5y^2 + 3z^2 = 60$  which pass through the line  $7x + 10y = 30, 5y - 3z = 0$ .(ब) दर्शाइये कि पृष्ठ  $yz + zx + xy = a^2$  का समतल  $lx + my + nz = p$  द्वारा प्रतिच्छेद एक परवलय होगा यदि  $\sqrt{l} + \sqrt{m} + \sqrt{n} = 0$ ।Show that the section of the surface  $yz + zx + xy = a^2$  by the plane  $lx + my + nz = p$  will be a parabola if  $\sqrt{l} + \sqrt{m} + \sqrt{n} = 0$ .

(B-13) P. T. O.

[ 6 ]

D-3161

(स) समीकरण

$$2x^2 + 5y^2 + 2z^2 - 2yz + 4zx - 2xy + 14x - 16y$$

$$+ 14z + 26 = 0$$

को प्रामाणिक रूप में समानयन कीजिए और समीकरण से निरूपित पृष्ठ की प्रकृति ज्ञात कीजिए।

Reduce the equation :

$$2x^2 + 5y^2 + 2z^2 - 2yz + 4zx - 2xy + 14x - 16y$$

$$+ 14z + 26 = 0$$

to the standard form and find the nature of the surface represented by the equation.

D-3161

(B-13)