

Roll No.

E-3136

B. A. (Part I) EXAMINATION, 2021

(New Course)

MATHEMATICS

Paper Second

(Calculus)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any *two* parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) असांतत्यता के प्रकार की उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए।

Explain the types of discontinuity with example.

P. T. O.

- (ब) फलन $e^{ax} \cos(bx + c)$ का n वाँ अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

Find the n th differential coefficient of $e^{ax} \cos(bx + c)$.

- (स) टेलर प्रमेय के प्रयोग से सिद्ध कीजिए कि :

$$\tan^{-1}(x + h) = \tan^{-1} x + h \sin z.$$

$$\frac{\sin z}{1} - (h \sin z)^2 \frac{\sin 2z}{2} + \dots$$

जहाँ $z = \cot^{-1} x$ ।

Use Taylor's theorem to prove that :

$$\tan^{-1}(x + h) = \tan^{-1} x + h \sin z.$$

$$\frac{\sin z}{1} - (h \sin z)^2 \frac{\sin 2z}{2} + \dots$$

where $z = \cot^{-1} x$.

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) वक्र :

$$y^3 - xy^2 - x^2y + x^3 + x^2 - y^2 - 1 = 0$$

की सभी अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find all asymptotes of the curve :

$$y^3 - xy^2 - x^2y + x^3 + x^2 - y^2 - 1 = 0$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि चक्रज $x = a(t + \sin t)$,
 $y = a(1 - \cos t)$ के किसी बिन्दु t पर वक्रता-त्रिज्या

$$\rho = 4a \cos\left(\frac{t}{2}\right) \text{ होती है।}$$

Prove that the radius of curvature at any point t of
the cycloid $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ is

$$\rho = 4a \cos\left(\frac{t}{2}\right).$$

(स) वक्र :

$$y^2(x^2 + y^2) + a^2(x^2 - y^2) = 0$$

का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve

$$y^2(x^2 + y^2) + a^2(x^2 - y^2) = 0.$$

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^{2a} x^{\frac{9}{2}} \cdot (2a - x)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{63\pi a^5}{8}$$

Prove that :

$$\int_0^{2a} x^{\frac{9}{2}} \cdot (2a - x)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{63\pi a^5}{8}$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$$

Prove that :

$$\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2$$

(स) वक्रों $y^2 = 4 - x$ और $y^2 = x$ से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the region bounded by the curves

$$y^2 = 4 - x \text{ and } y^2 = x.$$

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) हल कीजिए :

$$y(1 + xy) \, dx + x(1 - xy) \, dy = 0$$

Solve :

$$y(1 + xy) \, dx + x(1 - xy) \, dy = 0$$

(ब) हल कीजिए :

$$(px - y)(py + x) = h^2 p$$

Solve :

$$(px - y)(py + x) = h^2 p$$

(स) हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = \sin 3x$$

Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 5\frac{dy}{dx} + 6y = \sin 3x$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) प्राचल विचरण की विधि से हल कीजिए :

$$(D^2 + 1)y = \operatorname{cosec} x$$

Apply the method of variation of parameters to solve :

$$(D^2 + 1)y = \operatorname{cosec} x$$

(ब) हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dt} + 5x + y = e^t$$

$$\frac{dy}{dt} - x + 3y = e^{2t}$$

Solve :

$$\frac{dx}{dt} + 5x + y = e^t$$

$$\frac{dy}{dt} - x + 3y = e^{2t}$$

(स) हल कीजिए :

$$\frac{x dx}{y^2 z} = \frac{dy}{xz} = \frac{dz}{y^2}$$

Solve :

$$\frac{x dx}{y^2 z} = \frac{dy}{xz} = \frac{dz}{y^2}$$