

Roll No.

E-3234

B. A. (Part II) EXAMINATION, 2021

MATHEMATICS

Paper Second

(Differential Equations)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any *two* parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) घात श्रेणी विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + xy = 0$$

P. T. O.

Solve by power series method :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + xy = 0 .$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि :

$$J_{3/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left(\frac{\sin x}{x} - \cos x \right)$$

Prove that :

$$J_{3/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left(\frac{\sin x}{x} - \cos x \right) .$$

(स) यदि P_n , घात n का लेजेंड्रे बहुपद है, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$(n+1)P_{n+1} = (2n+1)xP_n - nP_{n-1}$$

If P_n is a Legendre's polynomial of degree n , then

prove that :

$$(n+1)P_{n+1} = (2n+1)xP_n - nP_{n-1} .$$

इकाई—2

(UNIT—2)

2. (अ) $L t 3 \sin 2t - 2 \cos 2t$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of :

$$L t 3 \sin 2t - 2 \cos 2t .$$

(ब) $L^{-1} \left\{ \frac{1}{p^4} - \frac{3p}{p^2+16} + \frac{5}{p^2+4} \right\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate :

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{p^4} - \frac{3p}{p^2+16} + \frac{5}{p^2+4} \right\}.$$

(स) लाप्लास रूपान्तरण के प्रयोग से निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(D^2 + 4D + 4)y = 4e^{-2t}; y(0) = -1, y'(0) = 4$$

Using Laplace transformation, solve the following differential equation :

$$(D^2 + 4D + 4)y = 4e^{-2t}; y(0) = -1, y'(0) = 4.$$

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) हल कीजिए :

$$x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2$$

Solve :

$$x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2.$$

(ब) निम्नलिखित अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$(y+z)p + (z+x)q = x+y$$

Solve the following differential equation :

$$(y+z)p + (z+x)q = x+y.$$

(स) चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$2z + p^2 + qy + 2y^2 = 0$$

Solve by Charpit's method :

$$2z + p^2 + qy + 2y^2 = 0.$$

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) समीकरण :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

का वर्गीकरण कीजिए और विहित रूप में समानयन कीजिए :

Classify the equation :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$$

and reduce the equation to canonical form.

(ब) हल कीजिए :

$$(D^2 - 2DD' - 15D'^2)z = 12xy$$

Solve :

$$(D^2 - 2DD' - 15D'^2)z = 12xy.$$

(स) मोन्जे विधि से हल कीजिए :

$$r^2 = at$$

Solve by Monge's method :

$$r^2 = at .$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) फलनक :

$$I[y(x)] = \int_0^4 [xy' - y^2] dx$$

$y(0) = 0, y(4) = 3$ के चरम हेतु परीक्षण कीजिए।

Test for extremum of the functional :

$$I[y(x)] = \int_0^4 [xy' - y^2] dx$$

$y(0) = 0, y(4) = 3$.

(ब) सिद्ध कीजिए कि एक समतल में दो बिन्दुओं के मध्य की लघुतम दूरी एक सरल रेखा होती है।

Prove that the shortest distance between two points in a plane is a straight line.

(स) क्या बिन्दु $A(0, 0)$ तथा $B(a, 0)$ से गुजरने वाले फलनक :

$$I[y] = \int_0^a [y'^2 + y^2 + x^2] dx$$

के चरम के लिए जैकोबी प्रतिबंध सन्तुष्ट होता है ?

Is the Jacobi condition fulfilled for the extremal of the functional :

$$I[y] = \int_0^a [y'^2 + y^2 + x^2] dx$$

passing through A(0, 0) and B(a, 0) ?