

Roll No.

Total Printed Pages - 6

F - 3243

B.A. (Part - II) Examination, 2022
(Old/New Course)
MATHEMATICS
Paper First
(Advanced Calculus)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks:50

नोट: प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्न समान अंकों के हैं।

Note: Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई - 1/Unit - 1

1. (A) प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम परिबद्ध होता है परंतु विलोम सदैव सत्य नहीं है।

Every convergent sequence is bounded but the con-

verse is not always true.

(B) निम्नलिखित श्रेणी के अभिसरण या अपसरण की जाँच कीजिए।

$$1^2 + 2^2x + 3^2x^2 + \dots + n^2x^{n-1} + \dots, (x > 0)$$

Test the convergence or divergence of the following series.

$$1^2 + 2^2x + 3^2x^2 + \dots + n^2x^{n-1} + \dots, (x > 0)$$

(C) एक निरपेक्षतः अभिसारी श्रेणी अभिसारी होती है, किन्तु विलोम सदैव सत्य नहीं है।

An absolutely convergent series is convergent, but converse is not always true.

इकाई - 2/Unit - 2

2. (A) दर्शाइये कि $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{1/x} - 1}{e^{1/x} + 1}$ का अस्तित्व नहीं है।

To show that $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{1/x} - 1}{e^{1/x} + 1}$ does not exist.

(B) दर्शाइये कि फलन $f(x) = |x|$, $x = 0$ पर सतत है,

[3]

लेकिन अवकलनीय नहीं है।

Show that the function $f(x) = |x|$ is continuous at, $x = 0$, but $x = 0$ not differentiable.

(C) रोले प्रमेय को लिखकर सिद्ध करो।

State and prove the Rolle's theorem.

इकाई - 3/Unit - 3

3. (A) सिद्ध कीजिए

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} (3x + 2y) = 7$$

Prove that

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} (3x + 2y) = 7$$

(B) समघात फलनों पर आयलर प्रमेय को लिखकर सिद्ध करो।

State and prove the Euler's theorem on Homogeneous functions.

(C) समीकरण $\sin^2 2z \frac{d^2 y}{dz^2} + \sin 4z \frac{dy}{dz} + 4y = 0$

F - 3243

P.T.O.

[4]

का रूपांतरण $\tan z = e^x$ रखकर कीजिए।

Putting $\tan z = e^x$, transform the equation

$$\sin^2 2z \frac{d^2 y}{dz^2} + \sin 4z \frac{dy}{dz} + 4y = 0$$

इकाई - 4/Unit - 4

4. (A) सरल रेखाओं के कुल

$$ax \sec \alpha - by \operatorname{cosec} \alpha = a^2 - b^2$$

का अन्वलोप ज्ञात कीजिए, जहाँ α एक प्राचल है।

Find out the envelope of family of straight - lines

$ax \sec \alpha - by \operatorname{cosec} \alpha = a^2 - b^2$, where α is a parameter.

(B) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ का केन्द्रज ज्ञात कीजिए।

Find out evolutes of an ellipse, $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

(C) u का उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए जहाँ

F - 3243

[5]

$$u = \sin x \sin y \sin (x + y)$$

Find out the maximum value of u where,

$$u = \sin x \sin y \sin (x + y)$$

इकाई - 5/Unit - 5

5. (A) सिद्ध कीजिए: $\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(2m)}{2^{2m-1}}$ जहाँ m धनात्मक है।

Prove that $\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(2m)}{2^{2m-1}}$, where m is positive.

- (B) मूल्यांकन कीजिए- $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1+x^2}} \frac{dx dy}{1+x^2+y^2}$

Evaluate $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1+x^2}} \frac{dx dy}{1+x^2+y^2}$

[6]

- (C) समाकलन के क्रम को बदलिए $\int_0^\infty \int_x^\infty \frac{e^{-y}}{y} dx dy$ और मूल्यांकन कीजिए।

Change the order of Integration $\int_0^\infty \int_x^\infty \frac{e^{-y}}{y} dx dy$ and evaluate.