

[2]

Roll No. ....

Total Printed Pages - 6

**F - 3352**

**B.A. (Part - III) Examination, 2022**

(Old/New Course)

**Mathematics**

(Optional)

**Paper Third (II)**

(Discrete Mathematics)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks: 50]

नोट : प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

**इकाइ -I/Unit - I**

1. (A)  $x_1 \leq 4, x_2 \leq 5$  तथा  $x_3 \leq 6$  सहित  $x_1 + x_2 + x_3 = 13$  कितने हल रखता है, जहाँ  $x_1, x_2, x_3$  ऋणेतर पूर्णांक हैं।

How many solutions does  $x_1 + x_2 + x_3 = 13$  have where  $x_1, x_2, x_3$  are non negative integers with  $x_1 \leq 4, x_2 \leq 5$  and  $x_3 \leq 6$  .

(B) भाषा  $L = \{a^i b^j | i, j \geq 1, i \neq j\}$  के लिए व्याकरण की संरचना कीजिए।

Construct grammar for the language

$L = \{a^i b^j | i, j \geq 1, i \neq j\}$ .

(C) 75% मामलों में A सत्य बोलता है और 80% मामलों में B सत्य बोलता है। कितने प्रतिशत मामलों में वे एक ही तथ्य को कहने में एक दूसरे का विरोध करेंगे?

A speaks the truth in 75% cases and B speaks the truth in 80% of the cases. In what percentage of cases are they likely to contradict each other in stating the same fact?

**इकाइ -II/Unit - II**

2. (A) निम्नलिखित पदों को परिभाषित कीजिए -  
(i) हैस आरेख  
(ii) शृंखला एवं प्रतिशृंखला

[3]

Define the following terms :

- (i) Hasse diagram
- (ii) Chain and antichain

(B) यदि आलेख  $G=(V,E)$ ,  $V = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5\}$ ,  
 $E = \{(V_1, V_2), (V_1, V_5), (V_2, V_3), (V_2, V_4), (V_3, V_4), (V_3, V_5), (V_4, V_5)\}$ ,  
से परिभाषित है, तो इस आलेख  $G$  का आसन्नता आव्यूह एवं  
आपतन आव्यूह ज्ञात कीजिए।

If a graph  $G = (V, E)$  is defined by

$$V = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5\},$$

$$E = \{(V_1, V_2), (V_1, V_5), (V_2, V_3), (V_2, V_4), (V_3, V_4), (V_3, V_5), (V_4, V_5)\},$$

then, find the adjacency matrix and incidence matrix  
of the graph  $G$ .

(C) किसी समतलीय आलेख के लिए यूलर सूत्र लिखिए एवं  
सिद्ध कीजिए।

State and prove Euler's formula for planar graph.

[4]

### इकाई -III/Unit - III

3. (A) पांचिंग प्रमेयिका का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

State and prove Pumping lemma.

(B) दिए गए जनक फलन के लिए विविक्त संख्यात्मक फलन  
का निर्धारण कीजिए।  $A(z) = \frac{(1+z)^2}{(1-z)^4}$

Generate discrete numeric function for given  
generating function.  $A(z) = \frac{(1+z)^2}{(1-z)^4}$

(C) माना  $M$  एक परिमित अवस्था यंत्र है। तब  $M$  के सभी  
अवस्थाओं के समुच्चय  $S$  पर  $K$  तुल्यता एक तुल्यता संबंध  
होता है। इसे सिद्ध कीजिए।

Let  $M$  be a finite state machine. Then the relation  $K$  equivalence on the set  $S$  of all states of  $M$   
is an equivalence relation. Prove it.

### इकाई -IV/Unit - IV

4. (A) अंतर समीकरण को हल कीजिए।

$$4_{r+2} - 5a_{r-1} + 6a_r = 5^r$$

[5]

Solve the difference equation :

$$4_{r+2} - 5a_{r-1} + 6a_r = 5^r$$

- (B) जनक फलन विधि से निम्नलिखित अंतर समीकरण का हल ज्ञात कीजिए-  $a_{r+2} - 2a_{r+1} + a_r = 2^r, r \geq 0$   
दिया है  $a_0 = 2, a_1 = 1$

Solve by the method of generating function, the following recurrence relation.

$$a_{r+2} - 2a_{r+1} + a_r = 2^r, r \geq 0 \text{ Given that}$$

$$a_0 = 2, a_1 = 1$$

- (C) सिद्ध कीजिए कि गुणन के अंतर्गत इकाई के  $n$  मूलों का समुच्चय एक परिमित आबेली चक्रीय समूह बनाता है।

Show that the set of  $n^{\text{th}}$  roots of unity forms a finite abelian cyclic group under multiplication.

### इकाई -V/Unit - V

5. (A) क्रम संबंध  $\leq$  बूलीय बीजगणित  $B$  में अंशतः क्रम संबंध होता है। सिद्ध कीजिए।

The order relation  $\leq$  on Boolean algebra  $B$  is a partial order relation. Prove it.

[6]

(B) एक बूलीय बीजगणित में सिद्ध कीजिए।

$$(a+b)(a'+c) = (a \cdot c) + (a' \cdot b) \quad \forall a, b, c \in B$$

In a Boolean algebra, Prove that -

$$(a+b)(a'+c) = (a \cdot c) + (a' \cdot b) \quad \forall a, b, c \in B$$

- (C) निम्नलिखित स्विचन परिपथ को सरलीकृत स्विचन परिपथ से प्रतिस्थापित कीजिए।

Find simplified switching circuit of the following switching circuit.

